Exercice 1

Le tige étant en alu, sa longueur change beaucoup avec la température. Si nous utilisons l'approximation de pendule mathématique, nous pouvons calculer la période des oscillations du balancier :

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

Exceptionnellement, nous utilisons le lettre P pour dénoter la période du pendule en second, et T pour les températures. A $T_1 = 20.00°\mathrm{C}$, la période est $P_1 = 2.006\mathrm{s}$. Si la température devient $T_2 = 0°\mathrm{C}$, la longueur de la tige alu devient $l_2 = l_1(1 + \alpha\Delta T)$, où $\Delta T = T_2 - T_1 < 0$. Dans le livre, on trouve pour l'alu $\alpha = 22.2e - 6\mathrm{K}^{-1}$, donc $l_2 = 0.9996\mathrm{m.}$, qui donne une période $P_2 = 2.0056\mathrm{s}$, soit 0.02% plus courte. Cela entraine une avance de cette horloge de 20 s par jour.

Exercice 2

La masse volumique d'un matériau est sa masse divisé par son volume. La masse est constante, indépendant de la température, par contre le volume dépend de la température au cause de la dilatation thermique, $V(T) = V(T_0)(1 + \beta(T - T_0))$. Cela donne l'expression suivante pour la masse volumique :

$$\rho(T) = \frac{m}{V(T)} = \frac{m}{V(T_0)(1 + \beta(T - T_0))} = \rho_0 \frac{1}{1 + \beta(T - T_0)} \tag{2}$$

L'application numérique donne $\rho(0°\mathrm{C})$=7.86 g/cm^3 .

Exercice 3

La tige étant coincée entre deux murs, ne peut pas se dilaté. Le mur exerce juste la bonne force pour garder sa longueur constante : la hausse de température entrainerait une dilatation $\Delta l = \alpha l \Delta T$, et la force exercé par le jour est telle que

$$\frac{F}{S} = E_Y \frac{\Delta l}{l} = E_Y \frac{\alpha l \Delta T}{l} = E_Y \alpha \Delta T \tag{3}$$

Avec $E_Y = 200$ GPa et $\alpha =$ 12E-6 1/K, nous obtenons $F =$ 5.8E4 N.

Exercice 4

L'exercice est une application simple du loi de gaz idéale, $pV = Nk_BT$.

$$N = \frac{pV}{k_BT} = 2.5E23. \tag{4}$$

Exercice 5

Le piston est en équilibre, si la somme des forces agissant sur lui est zéro. Les deux forces sont Sp_0,la pression depuis l'intérieur et le poids, mg, donc

$$Sp_0 = mg \tag{5}$$

qui nos donne $p_0 = \frac{mg}{S}$
Soit y_0 l'hauteur du volume cylindrique enfermé par le piston quand la pression est p_0. Si le piston se déplace légèrement, ainsi changeant le volume par ΔV, la pression change par Δp, mais la relation suivant reste valable :

$$p_0 V_0 = (p_0 + \Delta p)(V_0 + \Delta V) \tag{6}$$

car le gaz obéit à la loi de Boyle-Mariotte. Nous pouvons écrire que $V_0 = Sy_0$ et $\Delta V = S\Delta y$, la variation de volume est égale à la variation de la position du piston multiplié par sa surface. Metant ce trois équations ensemble, nous pouvons trouver la relation entre la variation de la pression et la variation de la position, Δp et Δy :

$$\Delta p = -p_0 \frac{\Delta y}{y_0} \tag{7}$$

qui, multiplié par la surface du piston donne la variation de la force :

$$\Delta F = -\frac{Sp_0}{y_0}\Delta y = -\frac{mg}{y_0}\Delta y \tag{8}$$

Cette équation nous montre que la force exercé par le gaz autour de la position de l'équilibre est harmonique, et que le constant du ressort est $\frac{mg}{y_0}$. C'est la base du ressort pneumatique.